

## РЕЦЕНЗИЯ

на диссертацию Прудникова Игоря Михайловича

«Аппроксимация и оптимизация липшицевых функций»

В работе изучаются дифференциальные свойства липшицевых функций и липшицевых многозначных отображений. Вводится новый субдифференциал, состоящий из усредненных градиентов функции вдоль кривых из некоторого класса. Дается сравнение с существующими субдифференциалами Кларка и Мишеля-Пено. С помощью введенного субдифференциала строятся непрерывные расширения субдифференциала Кларка, что находит применение в оптимизации - в поиске стационарных точек Кларка согласно методу Полака-Майне-Варди.

Усредненные градиенты используются для построения верхних и нижних выпуклых аппроксимаций произвольной липшицевой функции, введенных Пшеничным Б.Н. Строятся экзостеры, определенные Рубиновым А.М. и Демьяновым В.Ф., с помощью которых формулируются необходимые и достаточные условия оптимальности.

С помощью интегралов Стеклова строятся гладкие функции и методы второго порядка поиска  $\epsilon(D)$  стационарных точек этих функций. Интегралы Стеклова используются для построения субдифференциала 2-ого порядка, состоящего из обобщенных матриц. Обобщенные матрицы используются для формулировки достаточных условий оптимальности.

Вводится субдифференциал Кларка для липшицевых многозначных отображений с помощью матриц вторых смешанных производных опорной функции, которые также используются для нахождения вида различных конусов, аппроксимирующих многозначное отображение в окрестности точки в заданном направлении. Доказана кодифференцируемость маргинальной функции при некоторых предположениях. Получен вид субдифференциала Кларка таких функций.

Для оптимизации и геометрии важен вопрос о представимости липшицевой функции в виде разности выпуклых функций на произвольном выпуклом компактном множестве. Даны необходимые и достаточные условия



такого представления в двумерном случае. Метод представления в виде разности выпуклых функций может быть применен на практике.

Развиваются методы глобального нелокального поиска точек экстремума с использованием уравнений Пуассона и теплопроводности. Эти методы применяются для поиска оптимального управления. Для оценки скорости сходимости к оптимальной точке и решения некорректных задач теории управления предлагается метод овыпукления. Для ускорения сходимости применяется нижняя выпуклая аппроксимация.

Академик Пшеничный Б.Н. ввел верхние выпуклые аппроксимации, профессора Демьянов В.Ф. и Рубинов А.М. ввели экзостеры и доказали их существование при определенных условиях. Прудников И.М. в главе 6 строит экзостеры, с помощью которых формулируются необходимые и достаточные условия оптимальности в точке.

Интересны результаты последней главы диссертации, где строятся обобщенные матрицы для липшицевой функции, с помощью которых записываются достаточные условия оптимальности, полностью совпадающие с гладким случаем.

Замечания.

1. Надо с использованием обобщенных матриц записать необходимые условия оптимальности для оптимизационной задачи с ограничениями.
2. Написать алгоритм представления функции в виде разности выпуклых для многомерного случая с размерностью  $n > 2$ .

В целом Прудников Игорь Михайлович заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук.

Заведующий кафедрой  
гуманитарных и математических наук  
ФГБОУ ВО «Смоленская ГСХА»  
д.ф.-м.н., профессор

Юденков А.В.

Личную подпись *А.В. Юденков*  
заверяю:  
Начальник отдела ПКО  
*В.А. Щербакова*

